Problème 56 : Dobble (complexe / sans calculatrice)

Combien de symboles différents contiendrait au minimum un jeu de Dobble avec 5 symboles par carte et 6 cartes ? Au maximum ?

Rappel: Un jeu de Dobble est un jeu de cartes marquées de symboles. Entre deux cartes quelconque, il y a toujours un et un seul symbole en commun.



Solution:

Numérotons les symboles. Une carte ne peut pas contenir deux fois le même symbole.

La première carte contiendra donc les symboles 1,2,3,4,5.

La deuxième carte doit avoir un seul lien avec la première carte. Elle contient donc les symboles 1,6,7,8,9.

La troisième carte doit avoir exactement un lien avec la première et la deuxième carte. Pour minimiser le nombre de symboles, ce symbole commun ne sera pas le même pour la première et deuxième carte. La troisième contiendra donc les symboles 2,6,10,11,12.

La quatrième a exactement un lien avec les 3 autres, mais des liens différents pour minimiser le nombre de symboles. Elle possède donc les symboles 3,7,10,13,14.

La cinquième carte doit avoir exactement un lien avec toutes les autres, ainsi: 4,8,11,13,15

La sixième et dernière carte a exactement un lien différent avec les autres cartes, et peut donc se faire uniquement avec des symboles déjà existants: 5,9,12,14,15.

Ainsi, un jeu de 6 cartes de Dobble contenant chacune 5 symboles contiendra au moins 15 symboles.

Pour obtenir le maximum, il suffit de faire en sorte que le symbole commun soit le même pour toutes les cartes, et d'en mettre 4 autres à toutes les cartes. Or, 1+4*6=25

Le nombre maximum de symboles est donc 25.